

1. Escriu l'expressió analítica de les funcions següents:

- Assignar a un nombre  $x$  el mateix nombre augmentat en  $\sqrt{2}$ .
- Assignar a un nombre  $x$  el triple del seu quadrat menys el seu doble.
- Assignar a un nombre  $x$  l'àrea del semicercle que té com a diàmetre aquest nombre.
- Assignar a un nombre  $x$  el quadrat del perímetre del triangle equilàter que té com a costat aquest nombre.
- Assignar a un nombre  $x$  el volum d'una esfera que té com a diàmetre aquesta esfera.
- Assignar a un nombre  $x$  el seu 15%.
- Assignar a un nombre  $x$  el nombre que li correspon augmentat en un 15%.
- Assignar a un nombre  $x$  el nombre que li correspon disminuït en un 15%.

2. Trobeu el domini de les següents funcions :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{x}{x+2} + \frac{5}{x-3} & \text{b) } g(x) = \frac{x^2-1}{x^2-6x+5} & \text{c) } h(x) = \sqrt[4]{-2x+10} \\ \text{d) } i(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2-9} & \text{e) } j(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+3}} & \text{f) } k(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x+5}} \end{array}$$

3. Donades les funcions següents:  $f(x) = 5x^2 - 3x$  i  $g(x) = -4x + 7$ . Calcula les següents operacions:

$$\text{a) } (f+g)(x) = \quad \text{b) } (f \cdot g)(x) = \quad \text{c) } (f \circ g)(x) = \quad \text{d) } (g \circ f)(x) =$$

4. Trobeu la funció inversa de les següents funcions:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \sqrt[3]{3x^2-1} & \text{b) } g(x) = \frac{x+1}{x-2} & \text{c) } h(x) = x^2+x-3 & \text{d) } i(x) = 1+2 \cdot \sin(x^2-\pi) \\ \text{e) } j(x) = 3 \cdot 10^{4x-1} & \text{f) } k(x) = \sqrt{e^{5x}+1} & \text{g) } l(x) = \ln(1-3 \cdot \sin(2x)) & \text{h) } m(x) = \operatorname{arctg}(e^x-1) \end{array}$$

5. Donades les funcions següents:

$$f(x) = 3x^2 + 5 \quad g(x) = \frac{x^2+5}{x^2-1} \quad h(x) = \sqrt{x+4} \quad j(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-9}}$$

Es demana:

- Domini de totes.
- Inversa de totes. Fer la comprovació en cada cas.
- $(g \circ f)(x) =$
- $(f \circ h)(x) =$
- $(g \circ j)(x) =$
- Recorregut de totes.

6. Calculeu els següents límits:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3}{5x^2 - 1} = \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 6}{5x^4 - 1} = \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3}{-2x + 1} = \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x + 2} + 3x}{5x + \sqrt{9x^2 + 1}} =$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \sqrt{x^2 + 3}}{2x + \sqrt{x^2 - 1}} = \quad \text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 6x - 1} - 2x) = \quad \text{g) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6x} - \sqrt{x^2 - 4}) =$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 5x - 1}{4x - 7} = \quad \text{i) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{3x - 6} = \quad \text{j) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 5x + 1}{x + 1} - \frac{3x}{2} \right) =$$

$$\text{k) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 3}{5x - 1} \right)^{4x} = \quad \text{l) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x + 1}{x + 7} \right)^{\frac{x+1}{2x-1}} = \quad \text{m) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 5}{x - 5} \right)^{3x-1} =$$

$$\text{n) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 2 + \frac{-5x + 1}{5x + 2} \right)^{3x} = \quad \text{o) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x - 2}} = \quad \text{p) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + x^2 - 8x - 12} =$$

7. Estudieu la continuïtat de les següents funcions:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ x^2 + 4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \quad \text{b) } g(x) = \frac{2x + 3}{x - 2} \quad \text{c) } h(x) = \frac{2x + 2}{x^2 - 1}$$

8. Determina el valor que ha de tenir k perquè la funció següent sigui contínua en  $x=1$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + k}{x^2 + 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

9. Determina els valors de a i b perquè la funció  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x + 1 & \text{si } x < -1 \\ 2x - 1 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ bx + 5 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

sigui contínua en tot el seu domini.

10. Com hem de definir la funció  $f(x) = \frac{2 - \sqrt{4x - 4}}{3x - 6}$  a  $x=2$  perquè sigui contínua en aquest punt.

## SOLUCIONS FINALS

1. a)  $f(x) = x + \sqrt{2}$     b)  $f(x) = 3x^2 - 2x$     c)  $f(x) = \frac{1}{8}\pi x^2$     d)  $f(x) = 9x^2$     e)  $f(x) = \frac{\pi}{6}x^3$   
 f)  $f(x) = \frac{15}{100}x$     g)  $f(x) = 1,15x$     h)  $f(x) = 0,85$
2. a)  $Domf = (-\infty, -2) \cup (-2, 3) \cup (3, +\infty)$     b)  $Domg = (-\infty, 1) \cup (1, 5) \cup (5, +\infty)$   
 c)  $Domh = (-\infty, 5]$     d)  $Domi = [\frac{1}{2}, 3) \cup (3, +\infty)$     e)  $Domj = (-5, +\infty)$   
 f)  $Domk = (-\infty, -5) \cup [4, +\infty)$
3. a)  $(f + g)(x) = 5x^2 - 7x + 7$     b)  $(f \cdot g)(x) = -20x^3 + 47x^2 - 21x$   
 c)  $(f \circ g)(x) = 80x^2 - 268x + 224$     d)  $(g \circ f)(x) = -20x^2 + 12x + 7$
4. a)  $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 1}{3}}$     b)  $g^{-1}(x) = \frac{1 + 2x}{x - 1}$     c)  $h^{-1}(x) = \frac{-1 \pm \sqrt{13 + 4x}}{2}$   
 d)  $i^{-1}(x) = \sqrt{\pi + \arcsin(\frac{x-1}{2})}$     e)  $j^{-1}(x) = \frac{1 + \log(\frac{x}{3})}{4}$     f)  $k^{-1}(x) = \frac{1}{5} \ln(x^2 - 1)$   
 g)  $l^{-1}(x) = \frac{1}{2} \arcsin(\frac{1 - e^x}{3})$     h)  $m^{-1}(x) = \ln(1 + \operatorname{tg} x)$
5. a)  $Domf = (-\infty, +\infty)$      $Domg = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$      $Domh = [-4, +\infty)$      $Domj = (1, +\infty)$   
 b)  $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x-5}{3}}$      $g^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x-1}}$      $h^{-1}(x) = \sqrt{x^2 - 4}$      $j^{-1}(x) = \sqrt{\frac{1+9x^2}{x^2 - 1}}$   
 c)  $(f \circ g)(x) = \frac{9x^4 + 30x^2 + 30}{9x^4 + 30x^2 + 24}$     d)  $(f \circ h)(x) = 3x + 17$     e)  $(g \circ j)(x) = \frac{3x^2 - 22}{5}$   
 f)  $Recf = [-5, +\infty)$      $Recg = (-\infty, -5] \cup (1, +\infty)$      $Rech = [2, +\infty)$
6. a) 8/5    b) 0    c)  $-\infty$     d) 3/8    e) -1/3    f) 3/2    g) 3  
 h) 21    i) 5/3    j)  $-\infty$     k) 0    l) 2    m)  $e^{30}$     n)  $e^9$   
 o) 0    p) 1/5
7. a) en  $x=2$  discontinuïtat de salt finit i en  $x=3$  discontinuïtat de salt finit  
 b) en  $x=2$  discontinuïtat asimptòtica  
 c) en  $x=1$  discontinuïtat asimptòtica i en  $x=-1$  discontinuïtat evitable
8.  $k=3$     9.  $a=-2$  i  $b=-1$     10. -1/3